1. Kapitel: Grundkonzeption der Unternehmensbewertung

Fall 1: Barwert, Ertragswert und Rentenbarwertfaktor

Sachverhalt:

Herr Glück kauft im Dezember 2012 von seinem Weihnachtsgeld (5 000 Euro) Lose der Klassenlotterie. Er macht seinem Namen alle Ehre, zieht den Hauptgewinn und erhält von der Lotterie fünf Jahre lang, jeweils am Jahresende und beginnend am 31. 12. 2013, einen Betrag von 40 000 Euro. Mit dem Losgewinn erfüllt sich Herr Glück einen lang gehegten Traum. Er bucht im Reisebüro unverzüglich eine Weltreise im Wert von 200 000 Euro. Leider kann er die Reise nicht in bar bezahlen. Deshalb finanziert er die Reise bei seiner Hausbank durch die Aufnahme eines Kredits, den er aus dem Lottogewinn zurückzahlen will. Die Hausbank verlangt 10 % Zinsen p. a.

Aufgabenstellung:

- Definieren Sie den *Barwert*, den *Ertragswert* und den *Kapitalwert* eines Zahlungsstroms, und berechnen Sie den Ertragswert und den Kapitalwert für den Sachverhalt! Wieso übersteigen die Kosten für die Reise den Wert des Lottogewinns?
- Gehen Sie nun davon aus, dass die Lottogesellschaft Herrn Glück (jeweils am Jahresende) in den ersten zehn Jahren eine Rente von 8 000 Euro überweist, dann 15 Jahre lang einen Betrag von 7 000 Euro und schließlich fünf Jahre lang einen Betrag von 3 000 Euro. Nach diesen 30 Jahren enden die Zahlungen. Berechnen Sie den Ertragswert unter Einsatz des *Rentenbarwertfaktors*!
- Unterstellen Sie nun, dass Herr Glück den Lottogewinn nicht für eine einzige Weltreise verwenden will, sondern fünf Jahre lang (jeweils am Jahresende) der europäischen Kälte entfliehen und einen Kurzurlaub auf den Malediven verbringen möchte. Wie teuer darf der Urlaub pro Jahr ausfallen, damit ihn Herr Glück aus dem Lottogewinn der Fallabwandlung (Auszahlung über 30 Jahre) gerade noch finanzieren kann? Berechnen Sie den Betrag unter Einsatz der *Annuitätenmethode*!

I. Barwert, Ertragswert und Kapitalwert

1. Erläuterung

In einer Welt mit Zinsen ist der Konsumwert zukünftiger Einzahlungen geringer als der Nominalwert der Einzahlungen. Kann z. B. jemand wählen, ob er ein Bargeschenk über 100 000 Euro heute oder erst in zehn Jahren erhält, so wird er sich für die sofortige Auszahlung entscheiden, denn er kann dann das Geld bei der Bank anlegen und hat in zehn Jahren mit Zins und Zinseszins einen höheren Betrag als 100 000 Euro zur Verfügung. Einzelne, zu unterschiedlichen Zeitpunkten anfallende Beträge können deshalb nur dann sinnvoll miteinander verglichen werden, wenn der Bewerter das Zeitmoment in der Rechnung beachtet; denn Einzahlungen sind zum Bewertungsstichtag umso weniger wert, je weiter sie in der Zukunft liegen, und Auszahlungen sind umso belastender, je näher der Zahlungszeitpunkt liegt.[1]

Die finanzmathematischen Funktionen des Barwerts, des Ertragswerts und des Kapitalwerts tragen dieser Grundüberlegung Rechnung. Sie ermöglichen dem Bewerter den Vergleich von Zahlungsströmen, auch wenn die durch ein bestimmtes Investitionsprojekt hervorgerufenen Ein- und Auszahlungen im Zeitablauf nach Größe, zeitlichem Anfall und/oder Dauer unterschiedlich sind.[2]

Der *Barwert* ist die flexibelste Wertangabe. Er besagt nur, welchen Wert eine Investition zu einem bestimmten Zeitpunkt hat. In der Wahl des Zeitpunkts ist der Bewerter aber frei. Dieser kann mit dem Beginn der Investition zusammenfallen, aber auch deutlich davor oder danach liegen. Der Barwert gibt den Gegenwartswert (present value) an, den der Zahlungsstrom zu diesem beliebig gewählten Zeitpunkt hat. Der Bewerter errechnet ihn, indem er „alle vor dem Bezugszeitpunkt anfallenden Zahlungen bis zum Bezugszeitpunkt aufzinst und alle nach dem Bezugszeitpunkt anfallenden Zahlungen abzinst und dann die Summe aller auf den Bezugszeitpunkt umgerechneten Zahlungen bildet“[3].

Der *Ertragswert* einer Zahlungsreihe ist hinsichtlich des Bewertungsstichtags enger definiert als der Barwert. Er ist ausschließlich zukunftsgerichtet und gibt den Wert an, den eine zukünftige Zahlungsreihe am aktuellen Bewertungsstichtag $t = 0$ besitzt.[4] Der Bewertungsstichtag (Tag, auf den die Bewertung erfolgt) darf aber nicht mit dem Tag verwechselt werden, an dem die Bewertung durchgeführt wird (Bewertungstag). Ökonomisch beschreibt der Ertragswert einer Investition den „Betrag, den man alternativ am Kapitalmarkt anlegen muss, um einen gleichen Einkommensstrom wie aus dem Investitionsobjekt […] zu erhalten“[5].

---

1 Vgl. *Kruschwitz*, Investitionsrechnung (2011), S. 78–80.
2 Vgl. *Hachmeister*, Der Discounted Cash Flow als Maß der Unternehmenswertsteigerung (2000), S. 92–93.
3 *Schmidt/Terberger*, Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie (1997), S. 128.
4 Vgl. *Schmidt/Terberger*, Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie (1997), S. 130.
5 *Schmidt/Terberger*, Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie (1997), S. 134.

Der Ertragswert (EW_0) einer Zahlungsreihe wird ermittelt, indem die zukünftigen, einzelnen Zahlungen oder gleichbedeutend Cashflows einer Periode (CF_t) mit dem Diskontierungszinssatz (i) auf den Bewertungsstichtag ($t = 0$) abgezinst und anschließend addiert werden.[6] Die Berechnungsformel lautet:

$$(1) \quad EW_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+i)^t}.$$

Für den Fall einer ewigen (unendlich lang laufenden) nachschüssigen Rente (gleich große Zahlungen) kann die Berechnung des Ertragswerts vereinfacht werden:

$$(2) \quad EW_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CF_t}{(1+i)^t} = \frac{CF}{i}.$$

Den Ausgangspunkt zur Ableitung dieser Formel (2) bildet die Berechnung gemäß Gleichung (1):

$$(1) \quad EW_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+i)^t}.$$

Sind die jährlichen Nettocashflows gleich hoch, laufen sie ewig und werden sie aus Sicht des Bewertungsstichtags nachschüssig gezahlt, kann der Index im Zähler entfallen und die Formel lautet:

$$EW_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CF}{(1+i)^t}.$$

Schreibt man die Formel aus, so resultiert daraus:

$$EW_0 = \frac{CF}{(1+i)^1} + \frac{CF}{(1+i)^2} + \frac{CF}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{CF}{(1+i)^t} + \frac{CF}{(1+i)^{t+1}} + \cdots.$$

Werden anschließend beide Seiten der Gleichung mit $(1 + i)$ multipliziert, so ergibt sich:

6 Vgl. *Brealey/Myers/Allen*, Principles of Corporate Finance (2011), S. 48–54; *Schmidt/Terberger*, Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie (1997), S. 128.

$$EW_0 \cdot (1+i) = CF + \frac{CF}{(1+i)^1} + \frac{CF}{(1+i)^2} + \frac{CF}{(1+i)^3} + \cdots$$

$$+ \frac{CF}{(1+i)^{t-1}} + \frac{CF}{(1+i)^t} + \cdots .$$

Wird nun von dieser Gleichung die vorherige Gleichung subtrahiert, so folgt:

$$EW_0 \cdot (1+i) - EW_0 = CF + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^1}} + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^2}} + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^3}} + \cdots$$

$$+ \cancel{\frac{CF}{(1+i)^{t-1}}} + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^t}} + \cdots - \left(\cancel{\frac{CF}{(1+i)^1}} + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^2}} \right.$$

$$\left. + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^3}} + \cdots + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^t}} + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^{t+1}}} + \cdots \right)$$

und es verbleibt die Gleichung:

$$EW_0 \cdot i = CF.$$

Die Auflösung der Gleichung nach EW_0 liefert die Formel für den Ertragswert einer ewigen Rente:

$$(2) \quad EW_0 = \frac{CF}{i}.$$

Der *Kapitalwert* (KW_0, net present value)[7] ergänzt den Ertragswert um die (regelmäßig negative) Anfangsinvestition (I_0) und entspricht der Differenz zwischen dem Ertragswert eines Investitionsprojekts im Zeitpunkt $t = 0$ und dessen Investitionsauszahlung:[8]

$$(3) \quad KW_0 = -I_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+i)^t}$$

---

7 Vgl. *Schmidt/Terberger*, Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie (1997), S. 129.
8 Vgl. *Kruschwitz*, Investitionsrechnung (2011), S. 79.

bzw.

$$(4)\quad KW_0 = -I_0 + EW_0.$$

Ökonomisch bestimmt der Kapitalwert einer Investition den Betrag, „den der Investor im Zeitpunkt t_0 zusätzlich konsumieren (oder anlegen) kann, wenn er z.B. einen Kredit zum Zinssatz *i* aufnimmt, die Investition durchführt und mit den Einzahlungen aus der Investition den Kredit einschließlich der Zinsen zurückzahlt“[9]. Der Investor erkennt an ihm, ob die Investition für ihn einen finanziellen Mehrwert schafft und – wenn ja – wie hoch dieser ist. Jede Investition, die einen Kapitalwert größer als null aufweist, ist vorteilhaft und sollte durchgeführt werden, da ein positiver Kapitalwert die Konsummöglichkeiten des Investors erhöht. Eine Realisierung des Investitionsprojekts sollte dagegen unterbleiben, wenn dessen Kapitalwert kleiner als null ist, da ein negativer Kapitalwert die Konsummöglichkeiten des Investors verringert.[10] Stehen mehrere Investitionen zur Auswahl, so ist diejenige zu favorisieren, die den größten Kapitalwert liefert.

2. Anwendung auf den Fall: Ertragswert und Kapitalwert des Glücksspielgewinns von Herrn Glück

Geht Herr Glück etwas naiv davon aus, dass ihm der Nominalwert des Lottogewinns i. H. v. 200 000 Euro (= fünf Jahreszahlungen zu 40 000 Euro) als Vermögenszuwachs zur Verfügung steht, und bucht er eine entsprechend teure Reise, so übersieht er, dass er die Einzahlungen aus dem Lottogewinn erst viel später erhält und bekommt die Folgen seines Missgeschicks in den darauffolgenden Jahren zu spüren. Zahlt Herr Glück nämlich den i. H. v. 200 000 Euro aufgenommenen Kredit nur mithilfe der jährlichen Lottogewinneinzahlungen zurück, so steht am Ende der Darlehenslaufzeit (2017) noch ein Restkredit i. H. v. 77 898 Euro aus:

Tabelle 1: Tilgungsplan des Darlehens i. H. v. 200 000 Euro

(in €)	2013	2014	2015	2016	2017
Darlehen zum 1. 1.	–200 000	–180 000	–158 000	– 133 800	–107 180
Schuldzinsen zum 31. 12.	–20 000	–18 000	–15 800	–13 380	–10 718
Tilgung aus Gewinn	40 000	40 000	40 000	40 000	40 000
Darlehen zum 31. 12.	–180 000	–158 000	–133 800	–107 180	–77 898

9 *Schmidt/Terberger*, Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie (1997), S. 133–134.
10 Vgl. *Schmidt/Terberger*, Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie (1997), S. 137.

Herr Glück vergaß im Rahmen seiner Berechnung den Zinseffekt. Der Investor muss zukünftige Zahlungen diskontieren $\left(\frac{1}{(1+i)^t}\right)$ und den diskontierten Betrag mit heutigen Zahlungen vergleichen, um zu ökonomisch sinnvollen Ergebnissen zu gelangen. In seiner allgemeinen Form gibt der Bruch $\left(\frac{1}{(1+i)^t}\right)$ den Diskontierungsfaktor an. Er besagt, mit welchem Faktor der Cashflow einer bestimmten Periode (t) multipliziert werden muss, um zu seinem Ertragswert zu gelangen. Für Herrn Glück errechnet sich bei einem relevanten Marktzins von 10 % der Gegenwartswert des Lottogewinns unter Anwendung der Ertragswertformel (1):

$$EW_0 = \frac{40\,000}{(1+0{,}1)^1} + \frac{40\,000}{(1+0{,}1)^2} + \frac{40\,000}{(1+0{,}1)^3} + \frac{40\,000}{(1+0{,}1)^4} + \frac{40\,000}{(1+0{,}1)^5} = 151\,631{,}47\ €.$$

Der Gegenwartswert eines über fünf Jahre in konstanten Raten ausgezahlten Lottogewinns i. H. v. insgesamt 200 000 Euro beträgt bei 10 % Zinsen nur 151 631,47 Euro. Je weiter die Auszahlung des Gewinns in der Zukunft liegt, umso geringer ist ihr (Konsum-)Wert. Die Richtigkeit des Ergebnisses lässt sich am Beispiel des Darlehens darstellen:

Tabelle 2: Tilgungsplan des Darlehens i. H. v. 151 631,47 Euro

(in €)	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
Darlehen zum 1. 1.	–151 631,47	126 794,62	–99 474,08	–69 421,49	–36 363,64
Schuldzinsen zum 31. 12.	–15 163,15	–12 679,46	–9 947,41	–6 942,15	–3 636,36
Tilgung aus Gewinn	40 000	40 000	40 000	40 000	40 000
Darlehen zum 31. 12.	126 794,62	–99 474,08	–69 421,49	–36 363,64	0

Nur wenn Herr Glück bei seiner Weltreise auf einige Annehmlichkeiten verzichtet, für sie (nur) 151 631,47 Euro aufwendet und diesen nun geringeren Konsum durch eine Kreditaufnahme finanziert, ist es ihm möglich, das Darlehen zuzüglich anfallender Zinsen vollständig aus dem Lottogewinn zurückzuzahlen. Damit zeigt sich: Der Ertragswert des Lottogewinns beträgt – bei 10 % Zinsen und nur dann – exakt 151 631,47 Euro.

Herr Glück musste 5 000 Euro investieren, um die Lose zu erwerben. Vermindert er nun den Ertragswert des Lottogewinns (151 631,47 Euro) um diese anfänglichen Investitionsausgaben, so erhält er den Kapitalwert der Investition i. H. v.

146 631,47 Euro, also den Betrag, um den Herr Glück durch den Lottogewinn tatsächlich reicher geworden ist:

$$KW_0 = -I_0 + EW_0 = -5\,000 + 151\,631 = 146\,631{,}47\ €.$$

II. Rentenbarwertfaktor

1. Erläuterung

Der Rentenbarwertfaktor erleichtert das Berechnen des Ertragswerts. Er erlaubt es dem Bewerter, bestimmte Zahlungen zusammenzufassen und ihren Barwert in einem einzigen Rechenschritt zu ermitteln. Die Verwendung des Rentenbarwertfaktors (*Rbf*) setzt aber voraus, dass konstante Zahlungsströme (Cashflows in Form einer Rente) über eine bestimmte Anzahl von zusammenhängenden Perioden vorliegen und ein gleichbleibender Diskontierungszinssatz anzuwenden ist. In diesem Fall berechnet sich der Ertragswert der Rente zu Beginn des Rentenzeitpunkts mit:[11]

$$EW_0 = CF \cdot Rbf \quad \text{mit} \quad Rbf = \frac{(1+i)^T - 1}{(1+i)^T \cdot i},$$

$$(5) \quad EW_0 = CF \cdot \frac{(1+i)^T - 1}{(1+i)^T \cdot i}.$$

Der Rentenbarwertfaktor kann – bei Vorliegen eines in der Höhe konstanten Zahlungsstroms CF (Rente) über T Perioden und einem gleichbleibenden Diskontierungszinssatz – direkt aus der Gleichung (1) – Ertragswertformel – abgeleitet werden:[12]

$$(1) \quad EW_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+i)^t}.$$

Der Zeitindex (t) im Zähler kann dann entfallen, so dass gilt:

11 Vgl. *Kruschwitz*, Investitionsrechnung (2011), S. 61–63.
12 Vgl. zum Folgenden auch *Kruschwitz*, Investitionsrechnung (2011), S. 61–62.

$$EW_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF}{(1+i)^t} = \frac{CF}{(1+i)^1} + \frac{CF}{(1+i)^2} + \frac{CF}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{CF}{(1+i)^{T-1}} + \frac{CF}{(1+i)^T}.$$

Werden nun beide Seiten der Gleichung mit $(1+i)$ multipliziert, so resultiert daraus:

$$EW_0 \cdot (1+i) = CF + \frac{CF}{(1+i)^1} + \frac{CF}{(1+i)^2} + \frac{CF}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{CF}{(1+i)^{T-1}}.$$

Wird nun von dieser Gleichung die vorige subtrahiert, so folgt:

$$EW_0 \cdot (1+i) - EW_0 = CF + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^1}} + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^2}} + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^3}} + \cdots$$

$$+ \cancel{\frac{CF}{(1+i)^{T-1}}} - \left(\cancel{\frac{CF}{(1+i)^1}} + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^2}} + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^3}} + \cdots \right.$$

$$\left. + \cancel{\frac{CF}{(1+i)^{T-1}}} + \frac{CF}{(1+i)^T} \right).$$

Und die Gleichung vereinfacht sich zu:

$$EW_0 \cdot i = CF - \frac{CF}{(1+i)^T}.$$

Wird nun der erste Term auf der rechten Seite (CF) mit $\frac{(1+i)^T}{(1+i)^T}$ erweitert, so ergibt sich:

$$EW_0 \cdot i = \frac{CF \cdot (1+i)^T}{(1+i)^T} - \frac{CF}{(1+i)^T} = \frac{CF \cdot (1+i)^T - CF}{(1+i)^T}.$$

Die Multiplikation der beiden Seiten der Gleichung mit $\frac{1}{i}$ führt zu:

$$EW_0 = \frac{CF \cdot (1+i)^T - CF}{(1+i)^T \cdot i}.$$